
Du bon usage des approches variationnelles pour l'étude de l'endommagement et de son couplage avec la thermoélasticité/poroélasticité

Djimédo KONDO

Institut Jean le Rond D'Alembert, UMR 7190 Cnrs, Sorbonne Université, Paris

et

L. Cheng (GeoRessources, Université de Lorraine (ENSG), UMR7359)

Collaborations : K.Kpotufe et N. Pindra (Université de Lomé, Togo), R. Abdelmoula (LSPM, Université Sorbonne Paris Nord), B. Kamagate et E. Danho (Université d'Abidjan, Côte d'Ivoire), X.-D. Zhang et A. Giraud (Georessources, Université de Lorraine)

Résumé :

Les milieux quasi-fragiles, souvent rencontrés dans de nombreuses applications d'ingénierie mécanique, sont susceptibles à des phénomènes d'endommagement par microfissuration lorsqu'ils sont soumis à des sollicitations mécaniques ou multiphysiques (thermiques, hydromécaniques) plus ou moins sévères. La modélisation adéquate de cet endommagement, voire de la rupture qui en résulte, s'avère délicate et nécessite de développer des approches de théories physiquement pertinentes et mathématiquement cohérentes pour déboucher sur des outils de simulations numériques appropriés. Dans cette perspective, les méthodes variationnelles (minimisation de fonctionnelles d'énergie) qui ont connu des développements importants ces dernières décennies offrent un cadre précieux, en particulier pour les milieux standard dissipatifs (thermoélastiques, viscoélastiques, endommageables, ou élastoplastiques, viscoplastiques, etc..).

Lors de ce séminaire, on exposera dans un premier temps une démarche constructive et systématique des approches variationnelles de modèles à gradient d'endommagement en tirant profit du cadre bien connu des Matériaux Standard Généralisés (notamment sa formulation globale décrite par Germain, Nguyen et Suquet, 1983). Sur le plan méthodologique, on aura recours à deux outils puissants que sont d'une part la règle de normalité et, d'autre part, l'équation de Biot généralisée. Dans un second temps, on s'intéressera plus spécifiquement à deux classes de modèles d'endommagement avec longueur interne, que l'on conviendra de dénommer "énergétique" et "dissipatif", dans l'esprit de travaux existants en théorie de plasticité à gradient. L'objectif principal est de décrire et discuter de la transition entre les processus d'endommagement diffus et la rupture par localisation du champ d'endommagement. On présentera ensuite l'extension de cette classe de modèles par la prise en compte de couplages entre endommagement, thermoélasticité linéaire¹ et conduction de chaleur. Enfin, on évoquera quelques pistes de développement en cours et incluant notamment l'extension à la dynamique.

Mots clefs : Endommagement non local, Mécanique de la rupture, Thermodynamique des milieux continus, Approches variationnelles, Thermoélasticité/Poroélasticité.

1. éventuellement, et par analogie, poroélasticité linéaire de milieux saturés par un fluide dont l'écoulement sera régi par une loi de type Darcy.

Références

- [1] Abed-Meraim, F., and Nguyen, Q. S. (2007). A quasi-static stability analysis for Biot's equation and standard dissipative systems. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 26(3), 383-393.
- [2] Biot M. A., *Mechanics of incremental deformations*, Wiley, New York, 1965
- [3] Biot, M.A., A virtual dissipation principle and Lagrangian equations in non-linear irreversible thermodynamics, *Bulletins de l'Académie Royale de Belgique*, 61(1) : 6 - 30, 1975
- [4] Bourdin, B., Francfort, G. A., Marigo, J-J. Numerical experiments in revisited brittle fracture. *J. Mech. Phys. Solids*, 48 (2000), 797–826.
- [5] Fleck, N. A., and Willis, J. R. (2015). Strain gradient plasticity : energetic or dissipative ?. *Acta Mechanica Sinica*, 31, 465-472.
- [6] Fremond, M. and Nedjar, B. Damage, gradient of damage and principle of virtual power. *Int. J. Solids Structures*, 33 (1996), 1083-1103
- [7] Germain, P., Nguyen, Q.S., Suquet, P., *Continuum Thermodynamics*, Journal of Applied Mechanics, 1010-1020, 1983
- [8] **Kamagate B., Cheng, L., Abdelmoula, R., Danho, E. and Kondo, D.** An incremental variational method to the coupling between gradient damage, thermoelasticity and heat conduction. *Soumis aux Comptes Rendus Mécanique*.
- [9] **Kpotufe K., Abdelmoula R., Pindra N., Kondo D.,** Sur de deux classes de modèles à gradient d'endommagement : cadre thermodynamique, formulation variationnelle et applications *15ème Colloque National en Calcul des Structures*, 2022
- [10] Lorentz, E. and Andrieux, S. A variational formulation for nonlocal damage models. *International Journal of Plasticity* 15 (1999) 119-138
- [11] Marigo, J-J., Maurini, C. and Pham K. An overview of the modelling of fracture by gradient damage models. *Meccanica* (2016) 51 :3107–3128
- [12] Nguyen, Q.S., *Stability and nonlinear solid mechanics*, Wiley, 2000
- [13] Nguyen Q.S., Quasi-static response, implicit scheme and incremental problem in gradient plasticity, *J. Mech. Phys. Solids*, 97 :156–167, 2016.
- [14] Nguyen Q. S., On standard gradient plasticity and visco-plasticity, *International Journal of Solids and Structures*, 2021
- [15] Stolz, Claude, *Energy methods in non-linear mechanics*, Centre of Excellence for Advanced Materials and Structures, 2004
- [16] Yang, Qiang and Stainier, Laurent and Ortiz, Michael, A variational formulation of the coupled thermo-mechanical boundary-value problem for general dissipative solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54(2) : 401 - 424, 2006
- [17] **Zhang X-D., and Cheng L. and Kondo D., and Giraud A.,** Incremental Variational Approach to Gradient Damage Coupled with Poroelasticity of Saturated Media, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 105614, 2024.